

Analisi Matematica III
Prova intermedia: 4 novembre 2006

COMPITO A

Corso di studi: _____
Cognome e nome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x^4 + 3x^2y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{-2x^3y}{(x^2 + y^2)^2} \right),$$

- (a) determinarne il dominio di definizione Ω e stabilire se Ω è semplicemente connesso,
- (b) verificare che F è irrotazionale,
- (c) stabilire a priori se F è conservativo e calcolarne in seguito un eventuale potenziale.

Esercizio 2

Verificare il Teorema di Gauss per il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x^2 - 1, yz, yz)$$

ed il dominio

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 1, |x| \leq 1\}.$$

Esercizio 3

Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{(z + 1)^2}{(z - 1)^3},$$

- (a) determinare e classificare le singolarità di f
- (b) scrivere la serie di Laurent centrata in $z_0 = 1$ e calcolare $\text{Res}(f; 1)$.

Analisi Matematica III (6 CFU)
Prova intermedia: 4 novembre 2006

COMPITO B

Corso di studi: _____
Cognome e nome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{-2xy^3}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{3x^2y^2 + y^4}{(x^2 + y^2)^2} \right),$$

- (a) determinarne il dominio di definizione Ω e stabilire se Ω è semplicemente connesso,
- (b) verificare che F è irrotazionale,
- (c) stabilire a priori se F è conservativo e calcolarne in seguito un eventuale potenziale.

Esercizio 2

Verificare il Teorema di Gauss per il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xz, y^2 - 1, xz)$$

ed il dominio

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1, |y| \leq 1\}.$$

Esercizio 3

Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{(z - 1)^2}{(z + 1)^3},$$

- (a) determinare e classificare le singolarità di f
- (b) scrivere la serie di Laurent centrata in $z_0 = -1$ e calcolare $\text{Res}(f; -1)$.